التصحيح باختصار و سلم التنقيط - اختبار الثلاثي الثاني في الرياضيات - (3ع.ت)

التصحيح	التنقيط

التمرين الأول: (08 ن)

الجزء الأول:

1. * من التمثيل البياني للدالة g يمكن التخمين أن: $\lim\limits_{\substack{> \\ x\to 0}} g(x)=-\infty$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$ — 0.25 x 2

- * لما $x\overset{>}{\to}0$ فإن: $\begin{cases}(x^2-1)\to -1\\ (2\ln x)\to -\infty\end{cases}$ — 0.25

إذن: $\lim\limits_{\substack{> \\ x\to 0}} g(x)=-\infty$ مما يثبت صحة التخمين .

- لما $x\to+\infty$ فإن: $\begin{cases}(x^2-1)\to +\infty\\ (2\ln x)\to +\infty\end{cases}$ — 0.25

إذن: $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$ مما يثبت صحة التخمين .

2. * من التمثيل البياني للدالة g يمكن التخمين أن

الدالة g متزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$. — 0.25

* من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$ — 0.25

فإن: $g'(x)=2x+\dfrac{2}{x}$. لدينا : $2x>0$ و $\dfrac{2}{x}>0$

إذن: $g'(x)>0$ ومنه : الدالة g متزايدة تماما على

المجال $]0;+\infty[$ مما يثبت صحة التخمين . — 0.25

3. من التمثيل البياني للدالة g نستنتج أن :

- $g(1)=0$. - إذا كان $x\in]0;1[$ فإن: $g(x)<0$. — 0.50

- إذا كان $x\in]1;+\infty[$ فإن: $g(x)>0$.

الجزء الثاني:

1. * - لما $x\overset{>}{\to}0$ فإن: $\begin{cases}(x^2\ln x)\to 0\\ (-\ln x)\to +\infty\\ x^2\to 0^+\end{cases}$ — 0.50

إذن: $\lim\limits_{\substack{> \\ x\to 0}} f(x)=+\infty$.

* - لما $x\to+\infty$ فإن: $\begin{cases}(x^2\ln x)\to +\infty\\ (-\ln x)\to -\infty\\ x^2\to +\infty\end{cases}$ — 0.25

إذن: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ حالة عدم التعيين .

__إزالة عدم التعيين:__

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}\left(\ln x-\frac{\ln x}{x^2}\right)$$

لما $x\to+\infty$ فإن: $\begin{cases}(\ln x)\to +\infty\\ \left(-\dfrac{\ln x}{x^2}\right)\to 0\end{cases}$ — 0.5

إذن: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$.

2. من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$

فإن: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^3}$. — 01.00

لدينا : $x^3>0$ إذن :

من أجـــــل كل x من المجال $]0;+\infty[$ ؛

لـ $f'(x)$ و $g(x)$ نفس الإشارة . — 0.25

3. — 0.50

x	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	$+\infty$ ↘	$f(1)$	↗ $+\infty$

$f(1)=0$

4.

- من أجل كل x من المجال $]0;+\infty[$ فإن :

$f(x)-\ln x=-\dfrac{\ln x}{x^2}$. — 0.25

إشارة الفرق $f(x)-\ln x$ من إشارة $(-\ln x)$

على المجال $]0;+\infty[$.

لدينا جدول الإشارة التالي : — 0.50

x	0	1	$+\infty$
$\ln x$	-	0	+
$(-\ln x)$	+	0	-
$f(x)-\ln x$	+	0	-

إذن :

- (C') و (Γ) يتقاطعان في النقطة في النقطة ذات الإحداثيتين $(1;0)$. — 0.50
- (C') أعلى (Γ) في المجال $]0;1[$.
- (C') أسفل (Γ) في المجال $]1;+\infty[$.

- رسم (C') . — 01.00
- رسم (Γ) . — 0.50

(انظر الصفحة 3/3)

التصحيح	التنقيط

التمرين الثاني: (06 ن)

1. المستقيم (Δ) يشمل النقطة A و الشعاع $\vec{u}(2;-3;1)$ شعاع توجيه له . إذن ، المستقيم (Δ) معرف بالتمثيل الوسيطي التالي : — 0.25

$$\begin{cases} x=1+2t \\ y=-2-3t\,;(t\in\mathbb{R}) \\ z=4+t \end{cases}$$ — 0.50

2. نحل الجملة الآتية ذات المجاهيل الحقيقية x ، y و z .

$$(1)...\begin{cases} x=1+2t \\ y=-2-3t \\ z=4+t \\ 2x-3y+z+2=0 \end{cases}\quad ;(t\in\mathbb{R})$$ — 0.5

(1) معناها :
$$\begin{cases} t=-1 \\ x=-1 \\ y=1 \\ z=3 \end{cases}$$ — 0.5

إذن : إحداثيات النقط B هي $(-1;1;3)$. — 0.25

3. مركز الكرة التي سطحها S هو النقطة A و نصف قطرها هو d حيث : d المسافة بين النقطة A و المستوى (P) أي : $d=\dfrac{|2(1)-3(-2)+4+2|}{\sqrt{2^2+(-3)^2+1^2}}$ — 0.50

إذن: S معرف بالمعادلة :
$$(x-1)^2+(y+2)^2+(z-4)^2=(\sqrt{14})^2$$
أي : $x^2+y^2+z^2-2x+4y-8z+7=0$. — 0.50

4. نحل الجملة الآتية ذات المجاهيل الحقيقية x ، y و z .

$$(2)...\begin{cases} x=0 \\ y=0 \\ x^2+y^2+z^2-2x+4y-8z+7=0 \end{cases}$$ — 0.50

(1) معناها :
$$\begin{cases} x=0 \\ y=0 \\ z^2-8z+7=0...(3) \end{cases}$$ — 0.50

نحل ، في المجموعة $\mathbb{R}$ ، المعادلة (3) ذات المجهول z :
$\Delta=36$ ، $\Delta>0$

إذن : $(z=1)$ أو $(z=7)$ — 0.50

ومنه : إحداثيات النقطتين C و D هي : $(0;0;1)$ ، $(0;0;7)$. — 0.50

5. مركز ثقل رباعي الوجوه $ABCD$ هي النقطة $G(x_G;y_G;z_G)$ حيث :

$$\begin{cases} x_G=\dfrac{1+(-1)+0+0}{4} \\ y_G=\dfrac{(-2)+1+0+0}{4} \\ y_G=\dfrac{4+3+7+1}{4} \end{cases}$$ — 0.5

أي: $(x_G;y_G;z_G)=(0;-\frac{1}{4};\frac{15}{4})$. — 0.5

التمرين الثالث: (06 ن)

1) أ- تعليم النقطتين A و C . — 0.25 X 2

(انظر الصفحة 3/3)

ب- $|z_A-z_B|=|-\sqrt{3}+i|$ أي : $|z_A-z_B|=2$. — 0.25 X 3

$|z_A-z_C|=|4i|$ أي : $|z_A-z_C|=4$.

$|z_B-z_C|=|\sqrt{3}+3i|$ أي : $|z_B-z_C|=\sqrt{12}$.

ج- $|z_A-z_B|=2$ معناه : $AB=2$ — 0.25 X 3

و $|z_A-z_C|=2$ معناه : $AC=4$

و $|z_B-z_C|=\sqrt{12}$ معناه : $BC=\sqrt{12}$

نلاحظ أن : $AB^2+BC^2=AC^2$ — 0.5

إذن ، و حسب عكس مبرهنة فيثاغورس ، المثلث ABC قائم في النقطة B . — 0.25

2) أ- * $\dfrac{z_A-z_B}{z_C-z_B}=\dfrac{-\sqrt{3}+i}{-\sqrt{3}-3i}$ أي :

$\dfrac{z_A-z_B}{z_C-z_B}=-\dfrac{\sqrt{3}}{3}i$. — 0.75

* نلاحظ أن العدد المركب $\dfrac{z_A-z_B}{z_C-z_B}$ تخيلي بحت جزؤه التخيلي سالب إذن ، الشكل المثلثي له هو :

$\dfrac{z_A-z_B}{z_C-z_B}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}\left[\cos(-\dfrac{\pi}{2})+i\sin(-\dfrac{\pi}{2})\right]$. — 0.25

ب- لدينا : $\arg(\dfrac{z_A-z_B}{z_C-z_B})=-\dfrac{\pi}{2}$

أي : $(\overrightarrow{BC};\overrightarrow{BA})=-\dfrac{\pi}{2}$ — 0.50

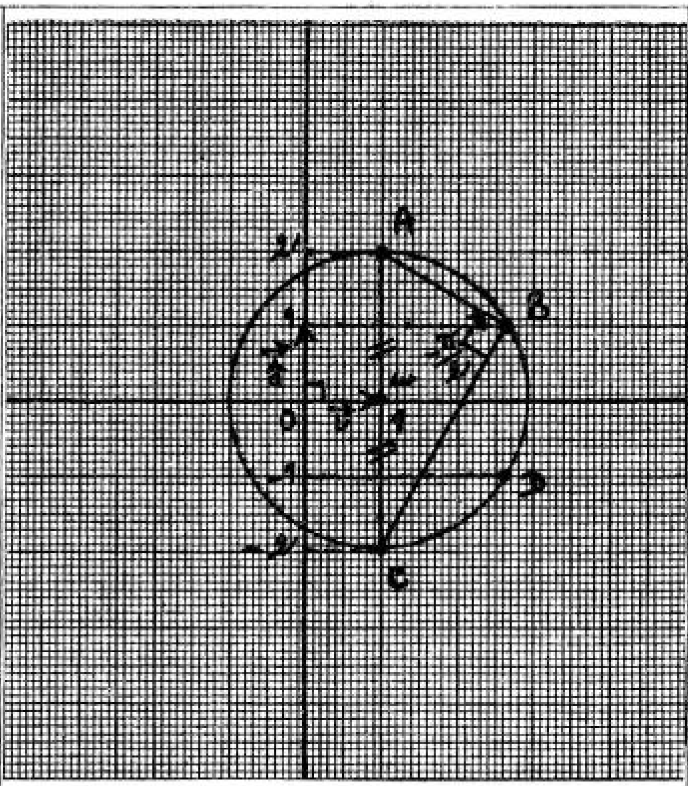
و منه : المثلث ABC قائم في النقطة B .

3) أ- مركز الدائرة (Γ) هو منتصف الوتر $[AC]$

أي: هو النقطة $\omega(1;0)$ — 0.25

و نصف قطرها $\dfrac{AC}{2}$ أي 2 — 0.25

ومنه:

	0.25 0.50 0.25 x 2	إذا كانت إذا كانت Z لاحقة نقطة M. من الدائرة (Γ) فإن : $Z=1+2e^{i\theta}$ حيث θ عدد يمسح المجموعة $\mathbb{R}$. ب- لدينا : $\omega D=\left\|\sqrt{3}-i\right\|$ أي : $\omega D=2$ إذن : D نقطة من الدائرة (Γ). **أو:** لدينا : $z_D=1+\sqrt{3}-i$ لكن : $\left\|\sqrt{3}-i\right\|=2$ و $\arg(\sqrt{3}-i)=-\frac{\pi}{6}$ إذن : $\sqrt{3}-i=2e^{-i\frac{\pi}{6}}$ و منه : $z_D=1+2e^{-i\frac{\pi}{6}}$ و بالتالي : D نقطة من الدائرة (Γ). ج- إنشاء النقطتين B و D.